

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 7 Martie 2009

CLASA a VII-a

Problema 1. Fie m și n numere naturale nenule cu proprietatea că 5 divide $2^n + 3^m$. Să se arate că 5 divide $2^m + 3^n$.

Problema 2. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic în care M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv AC , iar S este un punct mobil pe latura (BC) . Să se arate că $(MB - MS)(NC - NS) \leq 0$.

Problema 3. Fie a și b două numere naturale. Să se arate că numărul $a^2 + b^2$ este diferența a două pătrate perfecte dacă și numai dacă ab este număr par.

Problema 4. Se consideră un triunghi echilateral ABC . Punctele M , N și P sunt situate pe laturile AC , AB și BC , respectiv, astfel încât $\angle CBM = \frac{1}{2}\angle AMN = \frac{1}{3}\angle BNP$ și $\angle CMP = 90^\circ$.

- a) Să se arate că triunghiul NMB este isoscel.
- b) Să se determine măsura unghiului $\angle CBM$.